

MODELAGEM E CONTROLADOR UM MANIPULADOR ROBÓTICO

MODELING AND CONTROLLER OF A ROBOTIC MANIPULATOR

HUGO EDUARDO **SANCHES**^{1*}, FLÁVIO LUIZ **ROSSINI**²

1. Docente do curso de Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharias e Arquitetura - FEITEP, Maringá - PR; 2. Docente do curso de engenharia de controle e automação do centro universitário de Maringá – CESUMAR, Maringá –PR.

* Rua Vaz Caminha 13, Zona 12, Maringá, Paraná, Brasil. CEP: 87010-420. finthugo@hotmail.com

Recebido em 05/0210/2016. Aceito para publicação em 08/04/2016

RESUMO

O presente artigo visa primeiramente a realização da modelagem cinemática e dinâmica de um sistema robótico simples de duas juntas, uma delas linear e a outra rotativa. Inicialmente, por meio da modelagem cinemática são obtidas as equações de posição, velocidade e aceleração bem como a matriz de transformação de coordenadas, por meio das equações de Newton. Já na modelagem dinâmica são obtidas as equações de energia cinética, energia potencial e o torque por meio das equações de Lagrange. Em seguida, apresenta-se um controlador para o sistema e, com base neste controlador e na modelagem, é realizada uma série de simulações e, por fim, uma análise da melhoria do sistema.

PALAVRAS-CHAVE: Robótica, modelagem, controle.

ABSTRACT

This article primarily realizes the kinematic and dynamic modeling of a simple robotic system with two joints, being one linear and one rotating. Initially by kinematic modeling, are obtained the equations of position, velocity, acceleration and the matrix of coordinate transformation by using the Newton's equation for this. In the dynamic modeling, are obtained the equations of kinetic energy, potential energy and torque by using the Lagrange's equations for this. Then, it presents a controller for the system and based on this controller and the modeling is carried out a series of simulations and, finally, an analysis of the improved system.

KEYWORDS: Robotic, modeling, control.

1. INTRODUÇÃO

Na sociedade contemporânea, cresce a cada dia a necessidade de se realizar tarefas repetitivas, cansativas, perigosas ou até mesmo impossíveis para o homem

realizar manualmente com eficiência e precisão¹. Com o aumento desta necessidade, nasceu o estudo da robótica e com ela a criação de dispositivos mecatrônicos (robôs), que envolvem o estudo da engenharia mecânica, engenharia elétrica e da inteligência artificial. O crescimento deste estudo tem gerado enormes benefícios para a sociedade como: aumento da produtividade do trabalho, aumento na qualidade do produto final e o aumento da segurança dos empregados.

Dado a importância da robótica na sociedade contemporânea, vale lembrar que, para a implementação de um controlador para um robô industrial, exige-se o conhecimento da modelagem de seu sistema, e que construir modelos matemáticos adequados é a parte mais importante da análise de sistemas de controle como um todo².

Robótica

A robótica é a área multidisciplinar e em constante evolução que se preocupa com o desenvolvimento e a integração de técnicas e algoritmos para a criação de dispositivos mecatrônicos chamados de robôs. A robótica envolve o estudo da engenharia mecânica, da engenharia elétrica e da inteligência artificial, entre outras disciplinas¹.

O campo da robótica tem sua origem na ficção científica. O termo robô foi extraído da tradução inglesa de um conto de ficção na Tchecoslováquia, por volta de 1920³.

É um campo em grande expansão devido à necessidade de alta produtividade em conjunto com a necessidade de "excelência" da qualidade. Para atingir ambos os objetivos fazem-se a necessidade de equipamentos rápidos, precisos e principalmente confiáveis⁴. Seus principais benefícios são: redução de trabalho, otimização das máquinas da produção, flexibilidade, melhora da quali-

dade do produto, diminuição do tempo e passos da produção, diminuição dos riscos pessoais em trabalhos perigosos ao homem, incremento de produtividade, diminuição de refugio, entre outros⁴.

Robô

De acordo com a definição adotada pelo instituto de Robôs da América (*Robot Institute of America*), o robô é um equipamento multifuncional e reprogramável, projetado para movimentar materiais, peças, ferramentas ou dispositivos especializados através de movimentos variáveis e programados, para a execução de uma infinidade de tarefas⁵.

Aqui, as palavras chave são: multifuncional e reprogramável. Diferentemente da automação convencional, que é projetada para realizar uma única função, os robôs são projetados para realizarem, dentro dos limites especificados, um número irrestrito de diferentes tarefas⁵.

Os robôs são equipados para executarem um trabalho ou outro, através de programas que são criados pelas empresas que os usam. Os robôs modernos são controlados por microcomputadores e podem ser equipados para sentir ou perceber calor, pressão, impulsos elétricos e objetos, e podem ser usados juntamente com sistemas rudimentares. Assim, eles podem monitorar o trabalho que realizam. Colocando de outra forma, o robô moderno pode aprender e se lembrar das tarefas, reagir ao seu ambiente de trabalho, operar máquinas, e se comunicar com as pessoas da fábrica quando há ocorrência de mal funcionamento⁵.

Com respeito à estrutura, um robô é um sistema mecânico, de geometria variada, composto por corpos rígidos, articulados entre si, destinados a sustentar, posicionar e orientar a ferramenta terminal (efetuador) que fica em contato direto com o processo¹.

O que determina a função do robô é o seu efetuador, ou seja, o dispositivo final alocado na extremidade do braço do robô, garras, ferramentas de solda, etc. Os graus de liberdade e o número de eixos determinam o quão flexível é o robô⁴.

Todo robô deve ser controlado a fim de realizar uma tarefa útil. A tarefa envolve o movimento do braço do manipulador, de modo que a função primeira do sistema de controle do robô é posicionar e orientar o punho (e seu atuador) com velocidade e precisão especificadas³.

Manipulador robótico e sistema robótico

O manipulador robótico pode ser descrito como um conjunto de segmentos rígidos articulados por juntas, com funções similares àquelas dos membros superiores humanos e movem um objeto espacialmente de uma posição para outra^{6,7}.

Geralmente os sistemas robóticos são compostos de dois módulos principais, quais sejam o manipulador propriamente dito, constituído do mecanismo manipula-

dor, elementos de atuação e os sensores internos, adaptados em seu corpo com a finalidade de proporcionar informações relativas ao movimento dos elos do manipulador e das forças que desenvolve; e o gabinete de controle, onde se concentram os módulos de alimentação e controle do robô. Neste módulo podem estar, também, elementos de interface com o usuário, por exemplo, para programação do robô⁷.

Juntas robóticas

O robô utilizado neste trabalho possui uma junta linear e uma junta rotativa, portanto, vale resaltar seus conceitos.

O braço manipulador de um robô é capaz de se mover para várias posições devido à existência de uniões ou juntas, também denominadas eixos, que lhe permitem executar tarefas diversas¹.

Os braços robóticos podem ser constituídos por dois tipos de juntas:

- Lineares (deslizantes) que permitem o movimento linear entre dois vínculos. São compostas de dois vínculos alinhados um dentro do outro, onde o vínculo interno escorrega pelo externo e dá origem ao movimento linear¹.

- Rotativas, cuja conexão possibilita movimentos de rotação entre dois vínculos unidos por uma dobradiça comum, com uma parte podendo se mover num movimento cadenciado em relação à outra¹.

Existem outros tipos de juntas como a junta do tipo bola-e-encaixe (esférica), porém estão fora do escopo deste presente trabalho.

Modelagem

Modelo matemático é definido como um conjunto de equações que representa bem a dinâmica do sistema com precisão ou, pelo menos, razoavelmente bem². Em outras palavras são simplesmente representações matemáticas dos sistemas do mundo real. São desenvolvidos aplicando-se regras conhecidas de comportamento para os elementos de um sistema³.

Um modelo matemático não é único para determinado sistema. Um sistema pode ser representado de muitas maneiras diferentes e, portanto, pode ter vários modelos matemáticos².

No escopo do presente trabalho será realizada tanto a modelagem cinemática quanto a modelagem dinâmica do sistema em questão, portanto, vale resaltar seus conceitos.

Cinemática

A cinemática estuda as relações entre acelerações, velocidades, posições e comprimentos dos corpos sem considerar as forças e os torques atuados⁸. Pode ser classificada em direta, quando a partir das posições das articulações é encontrada a posição e orientação da ferra-

menta no espaço cartesiano da base, ou inversa, se dada uma posição e orientação desejada é encontrado o conjunto dos ângulos de juntas⁹.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} \quad (01)$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} \quad (02)$$

Dinâmica

A dinâmica é a descrição matemática das forças, os torques aplicados ao manipulador e as acelerações dele na forma de equações diferenciais de movimento. O modelo dinâmico do manipulador pode ser construído à base das conhecidas leis de Newton e de Lagrange. Como resultado da aplicação dessas leis, temos as equações que unem as forças e os torques aplicados às juntas com acelerações dos elos. A descrição completa pode ser obtida aplicando os métodos de Lagrange-Euler e Newton-Euler. Também pode ser classificada em dinâmica direta, usada para determinar parâmetros cinemáticos quando as forças e os torques são predeterminados, ou dinâmica inversa, usada para determinar variações nas forças quando os parâmetros cinemáticos são predeterminados⁸.

A equação de Lagrange para manipuladores robóticos é dada por:

$$\tau = \frac{d}{dt} \frac{\partial k}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial k}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (03)$$

Onde τ é o vetor do torque atuante, k é a energia cinética do sistema e u é a energia potencial do sistema⁹.

A energia cinética k para um elo i é dada por:

$$k_i = \frac{1}{2} m_i \mathbf{r}_{c_i}^t \mathbf{r}_{c_i} + \frac{1}{2} \mathbf{\omega}_i^t \mathbf{C}_i \mathbf{I}_i \mathbf{\omega}_i \quad (04)$$

Onde o primeiro termo é a energia cinética devido à velocidade linear do centro de massa do elo, e o segundo termo é a energia cinética devido à velocidade angular do elo. A energia cinética total de um sistema robótico é a somatória das energias cinéticas de cada um dos elos⁹.

A energia potencial u para um elo i é dada por:

$$u_i = -m_i g \mathbf{}^0P_{c_i} + u_{ref} \quad (05)$$

Onde $\mathbf{}^0P_{c_i}$ é o termo localizando o centro de massa do elo i e u_{ref} é a constante escolhida para que o mínimo valor de u_i seja zero. A energia potencial total de um sistema robótico é a somatória das energias cinéticas de cada um dos elos⁹.

Sistema de referência móvel

Em muitos casos práticos, a descrição de determinados movimentos fica muito mais simples se um ou mais sistemas de referência móveis são definidos¹⁰. O obje-

vo da utilização de sistemas móveis de referência na cinemática é facilitar a representação de determinados movimentos complexos, subdividindo-os em vários movimentos mais simples que se somam para compor o movimento absoluto¹⁰.

A utilização de sistemas de referência móveis é ideal para modelar manipuladores robóticos, pois se faz uso de um sistema de referência móvel no efetuador do manipulador, e, a partir daí, descreve-se o movimento deste em relação ao sistema inercial localizado na base do manipulador.

Portanto, é fundamental estabelecer sempre uma relação entre os vários sistemas de referência (inercial e móveis) para viabilizar a passagem de um sistema móvel para o inercial ou vice-versa, sem dificuldades¹⁰.

Controle

Controle é o ramo do conhecimento que estuda as maneiras sistemáticas de descrever sistemas e de sintetizar ações de forma que esses sistemas se comportem de maneira previamente determinada¹¹.

Em outras palavras, sistemas de controle consistem em subsistemas reunidos com o propósito de controlar as saídas dos processos através do uso de um controlador¹².

A finalidade do controlador é comparar a saída efetiva da planta com o comando de entrada a propiciar um sinal de controle que reduz o erro a zero ou ao mais próximo de zero possível³.

O controle automático é essencial em qualquer campo da engenharia e da ciência. O controle automático é um componente importante e intrínseco em sistemas de veículos espaciais, sistemas robóticos, modernos sistemas de manufatura e quaisquer operações industriais que envolvam o controle de temperatura, pressão, umidade, viscosidade, vazão, etc.

Os quatro principais motivos para construir sistemas de controle são: amplificação de potência, controle remoto, facilidade de uso da forma de entrada e compensação de perturbações¹².

O problema do controle surgiu no século XIX, onde um fator crítico para a qualidade e a produtividade era a constância de velocidade de rotação da máquina a vapor, pois esta dependia da pressão do vapor da caldeira, que por sua vez era perturbada pelo ritmo do foguista e também pela qualidade do carvão e pelo clima. A solução foi o regulador automático de velocidade, inventado por J. Watt em 1780, que é considerado historicamente como o primeiro controlador. Apesar desta invenção, a conhecida teoria de controle teve seu início no final da década de 70¹¹.

Controle aplicado à robótica

O controle de movimento de manipuladores robóticos, do ponto de vista do controle automático a realimentação, pode ser um problema muito difícil conside-

rando-se algumas características apresentadas por tais sistemas: sistema composto de vários corpos acoplados, com movimentos simultâneos; equações de movimento não lineares acopladas; flexibilidades nos elos e/ou juntas; controle de posição e controle de trajetória; parâmetros incertos e/ou variantes no tempo; processamento de sinais externos; efeitos de atritos e folgas⁷.

Os tipos de tarefas para as quais os robôs são projetados, as características desses dispositivos e o nível de desempenho associado colocam demandas sobre o seu sistema de controle que levam a configurações mais complexas do que aquelas usualmente utilizadas em outros tipos de máquinas⁷.

Um manipulador robótico é um sistema dinâmico multivariável, com fortes não linearidades devidas aos acoplamentos de suas juntas e movimentos¹.

A complexidade do problema tem motivado o estudo de diversas alternativas de leis de controle para manipuladores robóticos que vão muito além do que se encontra hoje implementado em sistemas comercializados⁷.

Controlador proporcional integral derivativo (PID)

A popularidade dos controladores PID pode ser atribuída parcialmente ao seu desempenho robusto sobre uma grande faixa de condições operacionais e, em parte, à sua simplicidade funcional, que permite aos engenheiros operá-los de uma maneira simples e correta¹³.

O controlador utilizado neste projeto utiliza um bloco proporcional, um bloco integral e um bloco integrativo, tornando-o um controlador PID.

Devido à grande importância da modelagem matemática dos sistemas robóticos este trabalho visa à realização da modelagem cinemática e dinâmica de um sistema robótico, e a partir dessa modelagem, projetar um controlador para otimizar o desempenho do sistema.

2. DESENVOLVIMENTO

Para o presente estudo foi escolhido um sistema robótico genérico com uma junta rotativa e uma junta linear como pode ser visto na figura abaixo.

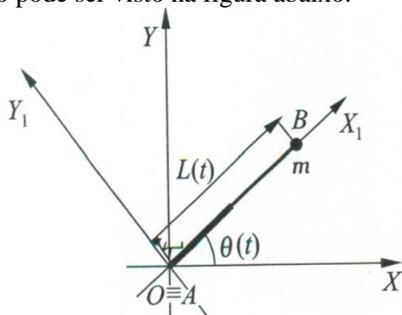


Figura 1. Sistema robótico genérico.

Vale ressaltar que a maioria dos robôs industriais são compostos por seis juntas, porém sua modelagem segue de forma semelhante, apenas de pouco mais trabalhosa e complexa.

Para maior aproveitamento do presente artigo o desenvolvimento foi dividido em 4 partes, sendo a primeira a modelagem cinemática do sistema, a segunda a modelagem dinâmica, a terceira a apresentação do controlador utilizado, e a quarta a análise do sistema com a implementação do controlador.

Modelagem cinemática

Na modelagem cinemática as posições, velocidades e acelerações, lineares e angulares, são descritas em função da geometria do sistema mecânico.

Primeiramente são definidos os sistemas de referência:

O sistema inercial definido por I(X Y Z), representados pelos cursores i j k é localizado em qualquer tempo t com a origem do sistema.

O sistema móvel B(Xi Yi Zi) será representado pelos cursores i1 j1 k1.

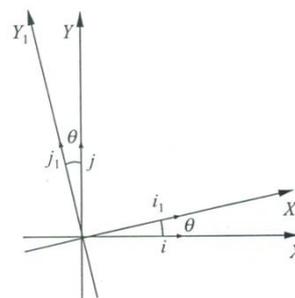


Figura 2. Sistema inercial e sistema móvel.

A partir disso a matriz de transformação de coordenadas é:

$$i_1 = \cos\theta i + \sin\theta j + 0k \tag{06}$$

$$j_1 = -\sin\theta i + \cos\theta j + 0k \tag{07}$$

$$k_1 = 0i + 0j + 1k \tag{08}$$

$$T = \begin{Bmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \tag{09}$$

Por conseguinte:

$$T^T = \begin{Bmatrix} i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \tag{10}$$

A velocidade e a aceleração angular do sistema móvel representados no sistema inercial I são respectivamente:

$${}_I\omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (11) \quad \text{e} \quad {}_I\dot{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} \quad (12)$$

O vetor de posição L no sistema girante B1 é descrito por:

$${}_{B1}L = \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Para obter-se o vetor de posição L representado no sistema inercial I, basta multiplicá-lo pela matriz de transformação de coordenadas T, ou seja:

$${}_I L = T^* {}_{B1} L = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L\cos\theta \\ L\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

A partir daí calcula-se o vetor de velocidade linear (velocidade absoluta da partícula representada no sistema inercial):

$${}_I V = \frac{d}{dt} ({}_I L) = \begin{pmatrix} \dot{L}\cos\theta - L\dot{\theta}\sin\theta \\ \dot{L}\sin\theta + L\dot{\theta}\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

O vetor de velocidade relativa da partícula representada no sistema móvel de referência B1 pode ser obtido derivando o vetor de posição relativa:

$${}_{B1} V_{rel} = \frac{d}{dt} ({}_{B1} L) = \begin{pmatrix} \dot{L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Outro dado importante seria encontrar a velocidade relativa no sistema inercial. Para tanto, basta multiplicar a velocidade relativa ao sistema B1 pela matriz de transformação de coordenadas:

$${}_I V_{rel} = T * {}_{B1} V_{rel} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{L}\cos\theta \\ \dot{L}\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Percebe-se que o vetor de velocidade relativa ${}_I V_{rel}$ é diferente do vetor de velocidade absoluta ${}_I V$ mesmo os dois estando descritos no mesmo sistema de referência. Porém, vale ressaltar que o vetor ${}_I V_{rel}$ está contido no vetor ${}_I V$ e que para igualá-los basta somar o vetor ${}_I V_{rel}$ ao produto vetorial de ${}_I \omega$ por ${}_I L$, como descrito abaixo:

$${}_I V_{rel} + {}_I \omega \times {}_I L = {}_I V = \begin{pmatrix} \dot{L}\cos\theta - L\dot{\theta}\sin\theta \\ \dot{L}\sin\theta + L\dot{\theta}\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Isso pode ser usado para ressaltar o conceito de que, ao se derivar um vetor qualquer em um sistema de refe-

rência móvel, perde-se invariavelmente a informação da derivada de sua direção¹⁰.

Achados os vetores de posição e velocidade tanto absolutos como relativos partiremos para a aceleração. O vetor de aceleração linear absoluto no sistema inercial é obtido derivando duas vezes o vetor de posição:

$$\frac{d^2}{dt^2} ({}_I L) = \frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} L\cos\theta \\ L\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{L}\cos\theta - L\dot{\theta}\sin\theta \\ \dot{L}\sin\theta + L\dot{\theta}\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} = (i)a \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{L}\cos\theta - L\dot{\theta}\sin\theta - \dot{L}\dot{\theta}\sin\theta - L\ddot{\theta}\sin\theta - L\dot{\theta}^2\cos\theta \\ \dot{L}\sin\theta + L\dot{\theta}\cos\theta + \dot{L}\dot{\theta}\cos\theta + L\ddot{\theta}\cos\theta - L\dot{\theta}^2\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \\ & (ii)a = \begin{pmatrix} \ddot{L}\cos\theta - 2\dot{L}\dot{\theta}\sin\theta - L\ddot{\theta}\sin\theta - L\dot{\theta}^2\cos\theta \\ \ddot{L}\sin\theta + 2\dot{L}\dot{\theta}\cos\theta + L\ddot{\theta}\cos\theta - L\dot{\theta}^2\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20) \\ & (iii)a = \begin{pmatrix} \ddot{L}\cos\theta - 2\dot{L}\dot{\theta}\sin\theta - L\ddot{\theta}\sin\theta - L\dot{\theta}^2\cos\theta \\ \ddot{L}\sin\theta + 2\dot{L}\dot{\theta}\cos\theta + L\ddot{\theta}\cos\theta - L\dot{\theta}^2\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21) \end{aligned}$$

Para encontrar a aceleração relativa no sistema móvel, basta realizar a derivada segunda da posição no sistema móvel:

$${}_{B1} a_{rel} = \frac{d^2}{dt^2} ({}_{B1} L) = \frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Para encontrar a aceleração relativa no sistema inercial basta multiplicar a aceleração relativa no sistema inercial pela matriz de transformação de coordenadas:

$${}_I a_{rel} = T^* \frac{d^2}{dt^2} ({}_{B1} L) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{L}\cos\theta \\ \ddot{L}\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Modelagem dinâmica

Na modelagem dinâmica são encontradas primeiramente as equações da energia cinética, energia potencial e então, fazendo uso das equações de Lagrange, encontra-se o torque. Para tanto, são encontradas as equações de cada elo separadamente, fazendo a soma de ambos para encontrar as energias e o torque total do sistema.

Na maioria das literaturas usam-se notações diferentes para fazer modelagens cinemática e dinâmica. Por isso, neste trabalho, optou-se pelo uso das notações geralmente usadas pelas literaturas, assim, a modelagem dinâmica não será a mesma utilizada pela modelagem cinemática.

Observe na figura abaixo o mesmo sistema com outra notação:

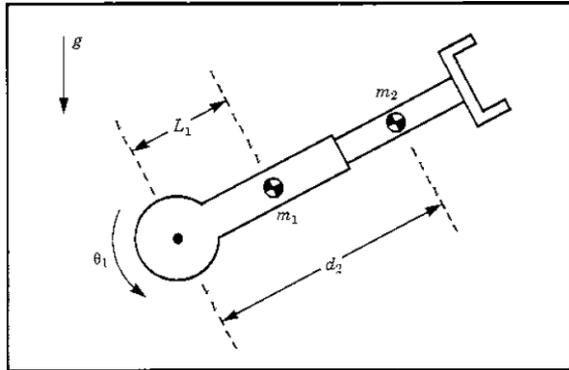


Figura 3. Sistema robótico.

A energia cinética do primeiro elo é:

$$k_1 = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_{zz1} \dot{\theta}_1^2 \tag{24}$$

E a energia cinética do segundo elo é:

$$k_2 = \frac{1}{2} m_2 (d_2^2 \dot{\theta}_1^2 + \dot{d}_2^2) + \frac{1}{2} I_{zz2} \dot{\theta}_1^2 \tag{25}$$

Assim, a energia cinética total é dada por:

$$K(\Theta, \dot{\Theta}) = \frac{1}{2} (m_1 l_1^2 + I_{zz1} + I_{zz2} + m_2 d_2^2) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 \dot{d}_2^2) \tag{26}$$

Sendo que Θ representa as coordenadas generalizadas do sistema. Define-se coordenadas generalizadas como as coordenadas relativas aos graus de liberdade do sistema mecânico⁷, ou seja, são as coordenadas que provocam movimento ao sistema. Para este dado sistema, as variáveis que estão representando movimento para o sistema são d_2 , responsável pelo movimento linear (sendo equivalente ao L_1 na modelagem cinemática previamente realizada) e θ_1 , responsável pelo movimento rotacional do sistema (apenas θ na modelagem cinemática).

A energia potencial do primeiro elo é:

$$u_1 = m_1 l_1 g \text{sen}(\theta_1) + m_1 l_2 g \tag{27}$$

A energia potencial do segundo elo é:

$$u_2 = m_2 d_2 g \text{sen}(\theta_1) + m_2 d_{2max} g \tag{28}$$

A energia potencial total é:

$$U(\Theta) = (m_1 l_1 + m_2 d_2) g \text{sen}(\theta_1) + m_1 l_1 g + m_2 g d_{2max} \tag{29}$$

A partir desse ponto temos:

$$\frac{\partial k}{\partial \dot{\theta}_1} = \left[\begin{matrix} (m_1 l_1^2 + I_{zz1} + I_{zz2} + m_2 d_2^2) \dot{\theta}_1 \\ m_2 d_2 \end{matrix} \right] \tag{30}$$

$$\frac{\partial k}{\partial \dot{d}_2} = \left[\begin{matrix} 0 \\ m_2 d_2 \dot{\theta}_1 \end{matrix} \right] \tag{31}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta_1} = \left[\begin{matrix} g(m_1 l_1 + m_2 d_2) \text{cos}(\theta_1) \\ g m_2 \text{sen}(\theta_1) \end{matrix} \right]$$

$$\tag{32}$$

E com isso usando a equação de Lagrange temos os torques generalizados equivalentes para cada uma das juntas:

$$r_1 = (m_1 l_1^2 + I_{zz1} + I_{zz2} + m_2 d_2^2) \ddot{\theta}_1 + 2m_2 d_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + g(m_1 l_1 + m_2 d_2) \text{cos}(\theta_1) \tag{33}$$

$$r_2 = m_2 \ddot{d}_2 + m_2 d_2 \dot{\theta}_1^2 + g m_2 \text{sen}(\theta_1) \tag{34}$$

Apresentação do controlador

O controle utilizado no escopo desse trabalho é o controle cinemático do manipulador robótico. O controle cinemático é aceitável para manipuladores que possuem elevados fatores de redução nas engrenagens ou quando baixas velocidades são utilizadas durante a realização de tarefas¹⁴. Neste trabalho admitiu-se que o manipulador utiliza baixa velocidade tornando possível o controle cinemático, seguindo o diagrama de blocos a seguir:

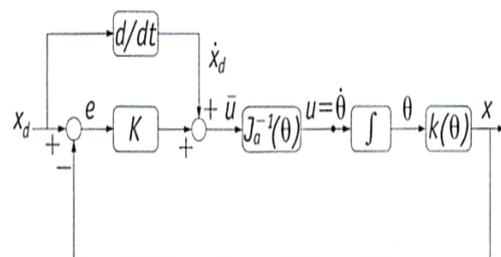


Figura 4. Controlador do manipulador robótico.

Sendo $J_a^{-1}(\theta)$ a matriz jacobiana inversa usada no controlador para linearizar o sistema; $k(\theta)$ a matriz de transformação de coordenadas; o bloco “K” é o bloco que proporciona o ganho proporcional aplicando o controlador proporcional; $\frac{d}{dt}$ o bloco derivativo e \int o bloco integrador; e juntos K, $\frac{d}{dt}$, e \int um controlador PID (proporcional integral derivativo). Apesar da matriz de transformação de coordenadas já ter sido determinada anteriormente e constar no controlador apresentado, ela não será usada, pois consta no controlador para se usar entradas em coordenadas retangulares que após o processo serão multiplicadas por uma série de ângulos precisando da matriz de transformação de coordenadas para “voltar” essas coordenadas para coordenadas retangulares. Porém no sistema utilizado as entradas serão uma retangular e outra polar tornando-se inviável o seu uso, pois a matriz de transformação retornaria duas saídas retangulares o que é indesejável para o sistema.

A matriz jacobiana é calculada a partir das derivadas parciais dos eixos x, y e z da velocidade em relação às derivadas das coordenadas generalizadas (que são representadas por $q_1, q_2, q_3 \dots$). Para o caso do jacobiano

de translação são utilizadas as derivadas da velocidade linear, já para o jacobiano de rotação são utilizadas as derivadas da velocidade angular. A fórmula geral do jacobiano é dada por:

$$J(q_1, q_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} \end{bmatrix} \tag{35}$$

As derivadas das coordenadas generalizadas também são conhecidas como coordenadas mínimas de velocidade.

Para a determinação do jacobiano optou-se por fazer uso da primeira notação já que a matriz jacobiana é composta de derivadas dos eixos da velocidade. Esta última foi determinada por meio da modelagem cinemática e, portanto, seguirá a mesma notação desta. Sendo assim, para o dado problema, $q_1 = L$, e $q_2 = \theta$.

O jacobiano de translação é dado por:

$$J_v(L, \theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial L} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial L} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -L\sin\theta \\ \sin\theta & L\cos\theta \end{bmatrix} \tag{36}$$

Já o jacobiano de rotação é dado por:

$$J_\omega(L, \theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{37}$$

Com a determinação do jacobiano se tem todos os elementos do controlador, necessitando apenas da utilização de um programa gráfico para simulação e análise do mesmo.

3. RESULTADOS

Após várias simulações no programa MATLAB, observou-se os seguintes resultados, descritos a seguir.

Simulação de L e θ em malha fechada sem os controladores proporcional integral e derivativo:

L :

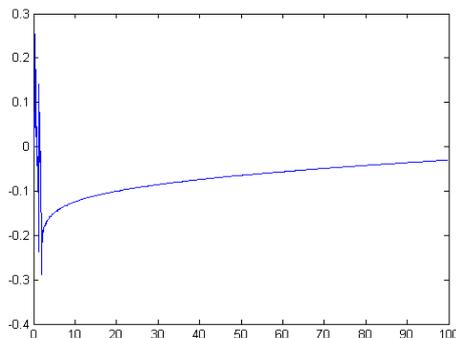


Figura 5. Simulação de L sem controle.

θ :

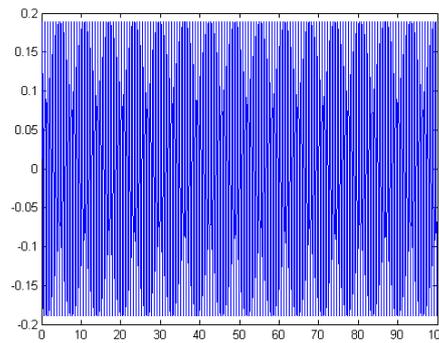
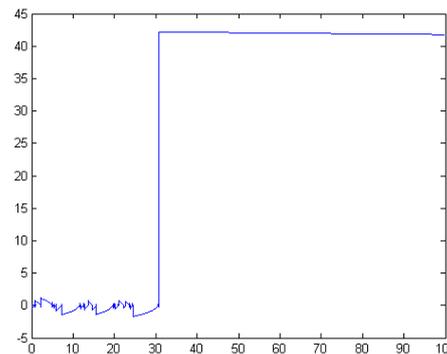


Figura 6. Simulação de θ sem controle.

Simulação de L e θ em malha fechada com o controlador proporcional integral em que, após uma série de simulações, encontrou-se o melhor desempenho em $k = 0,85$:

L :



θ :

Figura 7. Simulação de L com controle PI.

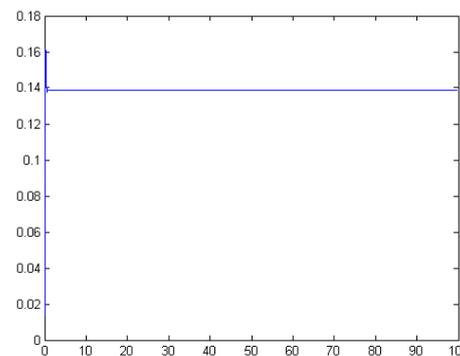


Figura 8. Simulação de θ com controle PI.

Simulação de L e θ em malha fechada com controlador integral derivativo e sem o controlador proporcional (lembrando que o controlador integral derivativo não é usado na prática e sua simulação foi feita apenas para checar o resultado):

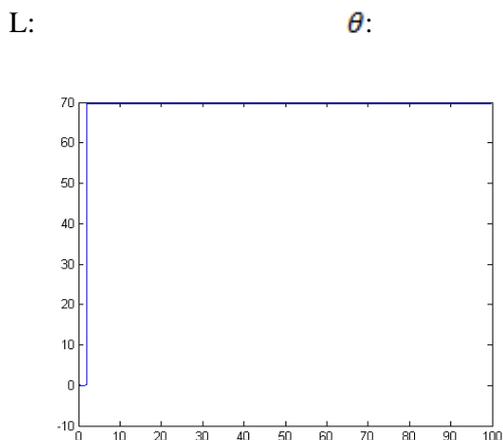


Figura 9. Simulação de L com controle ID.

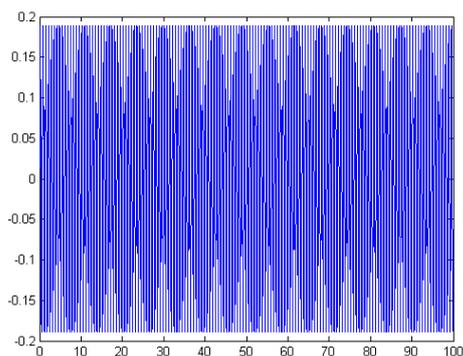


Figura 10. Simulação de θ com controle ID.

E, finalmente, a simulação de L e θ em malha

fechada com controlador proporcional integral derivativo em que, após uma série de simulações, encontrou-se o melhor desempenho e $k = -0,6$:

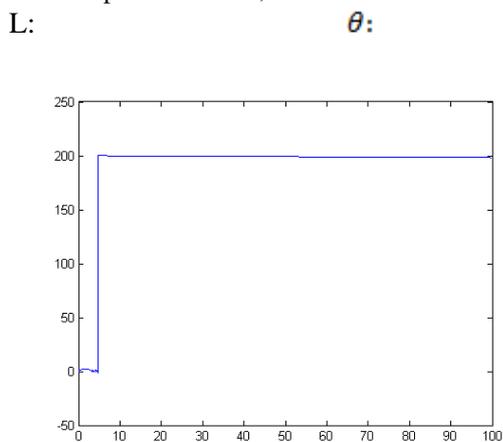


Figura 11. Simulação de L com controle PID .

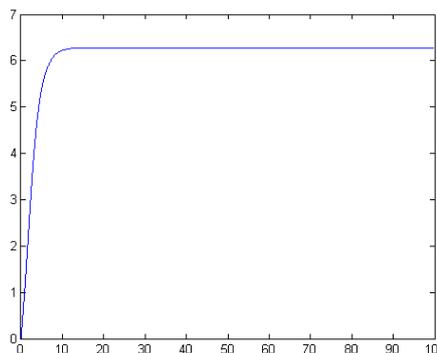


Figura 12. Simulação de θ com controle PID.

4. CONCLUSÃO

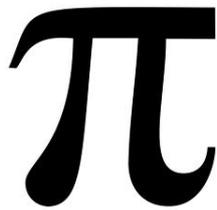
Analisado os resultados do controle cinemático pode-se perceber que o controlador proporcional derivativo teve um resultado satisfatório, obtendo uma estabilização rápida. Por meio desse resultado é possível concluir que o controle cinemático de manipuladores robóticos é eficaz e pode ser usado sempre que o sistema atender às especificações já citadas anteriormente.

Por fim, foi realizada neste trabalho uma ampla modelagem do manipulador chegando a uma série de equações sobre o mesmo, atingido todos os objetivos inicialmente propostos.

REFERÊNCIAS

- [01] Rosário JM. Princípios de Mecatrônica. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.
- [02] Ogata K. Engenharia de controle moderno. 5.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- [03] Groover MP. Robótica: tecnologia e programação. São Paulo: McGraw-Hill, 1988.
- [04] Capelli A. Mecatrônica Industrial 1ed. São Paulo: Saber, 2002.
- [05] Ullrich RA. Robótica uma Introdução: O Porquê dos Robôs e seu Papel no Trabalho. Rio de Janeiro: Campus, 1987.
- [06] Gebara Junior M. Geração de trajetórias robóticas utilizando perturbações singulares forçadas. 2001. 113 f.
- [07] Polonskii MM. Introdução à Robótica e Mecatrônica. 2 ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1996.
- [08] Craig JJ. Introduction to robotics: mechanics and control. Addison Wesley Longman, 1989.
- [09] Santos IF. Dinâmica de Sistemas Mecânicos: Modelagem – Simulação – Visualização - Verificação. São Paulo: Makron Books, 2001.
- [10] Aguirre LA. Enciclopédia de automática: controle e automação, volume 1. 1ed. São paulo: Blucher, 2007.
- [11] Nise NS. Nise. Engenharia de sistemas de controle. 3ed Rio de Janeiro: LTC, 2002.

- [12] Dorf RC. Sistemas de controle modernos, 8ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001. Dissertação (Mestrado em ciências com concentração na área de informática industrial)-curso de pós-graduação em engenharia elétrica e informática industrial, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Curitiba, 2001.
- [13] Aguirre LA. Enciclopédia de automática: controle e automação, volume 3. 1ed. São paulo: Blucher, 2007.
- [14] Inserir dados da referência

A large, bold, black Greek letter pi symbol (π) is centered on the page. The symbol is rendered in a classic serif font, with a thick, slightly curved top bar and a vertical stem that tapers slightly towards the bottom.